

## Programme de khôlle 7 (semaine du 23/11 au 28/11)

---

**Chapitre 6 : Intégration sur un intervalle quelconque** (Tout le chapitre).

**Révisions chapitre 1 : Séries numériques.**

**Liste des questions de cours (question choisie par le khôlleur, 15 min d'exposé max) :**

- 1) CH.6 : Enoncé et preuve de la prop 12 (critère de comparaison)
- 2) CH.6 : Enoncé et preuve de la prop 13 (critère des équivalents)
- 3) CH.6 : Exemple p.49 : montrer que les sommes partielles de la série des  $1/n$  sont équivalentes à  $\ln(n)$  par comparaison série-intégrale

*Cette liste concerne seulement les étudiants ayant demandé à avoir une question de cours.*

**Exercices :**

- On commence par une ou plusieurs études d'intégrales impropres : étude de la nature (CV ou DV) avec les différentes méthodes du cours (comparaison, équivalent, cv absolue, ...), et calcul éventuel.
- Ensuite, un exercice de comparaison série-intégrale. Il y en a essentiellement deux types :
  - (a) soit on applique simplement le théorème 18 du cours et on étudie la nature d'une intégrale impropre pour justifier la convergence ou la divergence d'une série donnée.

- (b) soit on établit des inégalités entre  $\int_k^{k+1} f(t)dt$  et  $f(k)$  (suivant la monotonie de  $f$ ) pour encadrer des sommes partielles  $\sum_{k=n_0}^n f(k)$ , afin d'obtenir des limites ou des équivalents de sommes...

**Ce genre d'exercice sera guidé, en donnant les étapes intermédiaires.**

- Ensuite, des exercices au choix sur les intégrales impropres et/ou les séries (on donnera des exercices adaptés au niveau de chacun, et on pourra poser des exercices plus théoriques).
- **Remarque importante** : au niveau des IPP et des changements de variables sur les intégrales impropres :
  - (a) IPP : il n'y a pas de version généralisée au programme de TSI. Donc il est nécessaire de repasser sur un segment, et de passer à la limite une fois tous les calculs faits. On sera attentif à la rédaction sur ce genre de calcul. Si l'intégrale est doublement impropre, il faut calculer deux limites indépendamment (une pour chaque borne).
  - (b) Changement de variable : il existe une version généralisée, qui simplifie pas mal les choses (prop 20 du ch.6), elle est au programme et peut donc être utilisée telle quelle (sans repasser sur les segments).
- Attention au vocabulaire! Une fonction est "intégrable sur  $I$ " si son intégrale sur  $I$  est **ABSOLUMENT** convergente. Certaines fonctions sont donc non-intégrables, même si leur intégrale impropre converge...