

## Annexe 4 : Fonctions à valeurs complexes

### Corrigé des exercices

---

**Corrigé de l'exercice 1.**

En utilisant la dérivation d'un produit de fonctions à valeurs complexes et la formule de composition avec l'exponentielle complexe, on obtient, pour tout réel  $t$  :

$$f'(t) = (-2t + 5i)e^{it-1}, \quad g'(t) = ((1 + t^2 \sin(t)) + it(2 - \sin(t))) e^{i \cos(t)}.$$

**Corrigé de l'exercice 2.**

Puisque  $\forall t \in \mathbb{R}$ ,  $f(t) = \operatorname{Im}(e^{it})e^{3t} = \operatorname{Im}(e^{(3+i)t})$ , on introduit la fonction à valeurs complexes  $z : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  définie par :  $z(t) = e^{(3+i)t}$ . On obtient facilement une primitive de  $z : Z : t \mapsto \frac{e^{(3+i)t}}{3+i}$ .

Donc  $F = \operatorname{Im}(Z)$  est une primitive de  $f$ , puisque  $F' = \operatorname{Im}(Z)' = \operatorname{Im}(Z') = \operatorname{Im}(z) = f$ .

En conclusion, la fonction  $F : t \mapsto \operatorname{Im}\left(\frac{e^{(3+i)t}}{3+i}\right) = \frac{e^{3t}}{10}(3 \sin(t) - \cos(t))$  est une primitive de  $f$ .